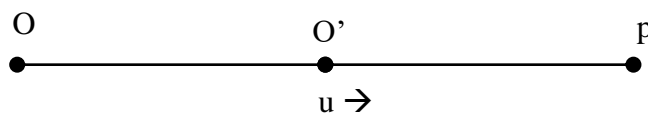


Exercicios de autoavaliación (1)

1. Un tren circula lentamente a unha velocidade de 10 km/h. No interior, un home camiña a 3 Km/h respecto ao tren na dirección e sentido do mesmo. Calcula:
 - a. A velocidade do home observado polo seu acompañante, sentado no mesmo vagón, e polo garda xurado da estación, situado no andén.
 - b. As mesmas velocidades calculadas no apartado anterior se o home camiñase en sentido contrario ao movemento do tren.
2. A masa en repouso dunha bola de billar é de 300 g. Calcula a masa da mesma cando acada o 70% da velocidade da luz.
3. Un corpo con masa en repouso de 2 kg que se move con velocidade de $0,4c$. Calcula a enerxía en repouso, a enerxía total e a enerxía cinética do corpo.
4. Calcular a masa que debe ter un protón para que a súa enerxía cinética relativista sexa de $1,5 \cdot 10^{-10}$ J. Dato: masa en repouso do protón: $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg.
5. Unha partícula de masa en repouso $2,4 \cdot 10^{-28}$ kg viaxa á velocidade $v = 0,8c$. Cal é a relación entre a súa enerxía cinética relativistas e a enerxía cinética clásica?
6. Determina a masa relativista dos electróns emitidos ao 90% da velocidade da luz por substancias radioactivas, se a masa en repouso do electrón vale $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg

Solucións:

1. a) Como o acompañante do vagón está en repouso respecto do tren, observa que o home camiña a 3 km/h. Para saber a velocidade observada polo garda xurado, aplicamos:



$$x' = x - u \cdot t$$

Esta ecuación refírese a posicións, para ter a mesma ecuación en función das velocidades, debemos derivar respecto do tempo, e obter: $v' = v - u$.

Deste xeito: Como $v' = 3$ Km/h e $u = 10$ Km/h (lembrar que v' é a velocidade respecto do sistema de referencia que se move, e u é a velocidade do propio sistema de referencia que se move); polo tanto: $v = v' + u = 3 + 10 = 13$ Km/h

b) A velocidade observada polo acompañante é a mesma, pero en dirección oposta, polo tanto con signo contrario: $v' = -3$ Km/h

A velocidade observada polo garda xurado será: $v = v' + u$, e deste xeito: $v = -3 + 10 = 7$ Km/h.

2. Lembremos que a ecuación $m = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot m_0$.

Temos como datos que a masa en repouso é de 300 g e a velocidade v é $0,70c$ (70% da velocidade da luz). Así pois:

$$m = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,7c)^2}{c^2}}} \cdot 0,3 = 0,42 \text{ kg} = 420 \text{ g}$$

3. A enerxía en repouso calcúlase como $E = m_0 \cdot c^2 = 2 \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,8 \cdot 10^{17} \text{ J}$. A enerxía total é

$$E = m \cdot c^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2 = \frac{2}{\sqrt{1 - \frac{0,16c^2}{c^2}}} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 1,97 \cdot 10^{17} \text{ J}$$

Finalmente, a enerxía cinética é $E_c = E - E_0 = 1,97 \cdot 10^{17} - 1,8 \cdot 10^{17} = 1,7 \cdot 10^{16} \text{ J}$

4. A ecuación da enerxía cinética relativista escríbese como $E_c = \Delta m \cdot c^2$. Así que podemos despxas a variación de masa para calcular a masa que ten en movemento.

$$\Delta m = \frac{E_c}{c^2} = \frac{1,5 \cdot 10^{-10}}{9 \cdot 10^{16}} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$

Polo tanto, escribimos que:

$$\Delta m = m - m_0 \Rightarrow m = \Delta m + m_0 = 1,67 \cdot 10^{-27} + 1,67 \cdot 10^{-27} = 3,33 \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$$

Só nos queda calcular a velocidade que leva a partires de $m = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot m_0$.

Polo tanto, despexando de esta ecuación:

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{m_0^2}{m^2} \Rightarrow v^2 = c^2 \cdot \left(1 - \frac{m_0^2}{m^2}\right) = 9 \cdot 10^{16} \cdot \left(1 - \frac{(1,67 \cdot 10^{-27})^2}{(3,33 \cdot 10^{-27})^2}\right) \Rightarrow v = 2,6 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

5. Compre lembrar que a enerxía cinética relativista calcúlase como $E_c = \Delta m \cdot c^2$, mentres que a enerxía cinética clásica calcúlase como $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$. Deste xeito, primeiro calcularemos a masa do corpo para esa velocidade:

$$m = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot m_0 = \frac{2,4 \cdot 10^{-28}}{\sqrt{1 - \frac{0,64 c^2}{c^2}}} = 4 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$$

Así, a enerxía cinética relativista será: $E_c = 1,4 \cdot 10^{-11} \text{ J}$.

A enerxía cinética clásica é: $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^{-28} \cdot (0,8 \cdot 10^8)^2 = 1,152 \cdot 10^{-11} \text{ J}$

Polo tanto, a relación entre elas será:

$$\frac{E_c(\text{relativista})}{E_c(\text{clásica})} = \frac{1,4 \cdot 10^{-11}}{1,152 \cdot 10^{-11}} = 1,22$$

Temos como datos a masa en repouso e a velocidade. Así pois debemos utilizar a expresión:

$$m = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot m_0$$

Substituíndo os datos do problema: $m = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,9c)^2}{c^2}}} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} = 2,1 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$